

3. Übungsblatt

Abgabe: Am Dienstag, den 20.5.2014 im Kasten Ihrer Übungsgruppe

Aufgabe 1: Operiert eine topologische Gruppe G stetig auf einem topologischen Raum X und ist $N \subseteq G$ ein Normalteiler, dessen Elemente X punktweise festhalten, so ist auch die induzierte Operation von G/N auf X stetig. **4 Punkte**

Aufgabe 2: Der Quotient G/G° einer Gruppe nach ihrer Einszusammenhangskomponente G° heißt die Komponentengruppe von G . Ist G° offen in G , so ist besagte Komponentengruppe diskret. **4 Punkte**

Aufgabe 3: Sei $(X_i, d_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Familie metrischer Räume. Zeigen Sie, dass

$$d((x_i)_{i \in \mathbb{N}}, (y_i)_{i \in \mathbb{N}}) := \sum_{i \in \mathbb{N}} 2^{-i} \frac{d_i(x_i, y_i)}{d_i(x_i, y_i) + 1}$$

eine Metrik auf $\prod_{i \in \mathbb{N}} X_i$ definiert und diese die Produkttopologie erzeugt. **4 Punkte**

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass kein topologischer Raum X mit $X \times X \cong \mathbb{R}$ existieren kann.
Hinweis: Für alle $x \in \mathbb{R}$ ist $\mathbb{R} - \{x\}$ nicht zusammenhängend. **4 Punkte**