Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik
Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Oliver Straser

Topologie
SoSe 2014

4. Übungsblatt

Abgabe: Am Dienstag, den 3.6.2014 im Kasten Ihrer Übungsgruppe

Aufgabe 1: Ein topologischer Raum X heißt zusammenziehbar, wenn ein Punkt $p \in X$ existiert und eine stetige Abbildung $H : X \times [0,1] \to X$ mit $H(x,1) = x$ und $H(x,0) = p$ für alle X (oder anders formuliert, wenn die Identitätsabbildung $X \to X$ homotop zur konstanten Abbildung $X \to \{p\}$ ist). Zeigen Sie, ist X zusammenziehbar, dann sind zwei beliebige Abbildungen $f, g : [0,1] \to X$ mit $f(0) = g(0)$ und $f(1) = g(1)$ homotop mit festen Randpunkten. Insbesondere ist $\pi_1(X) = 0$.

4 Punkte

Aufgabe 2: Zeigen Sie:

i) Der Raum $\mathbb{P}^1\mathbb{R}$ ist homöomorph zu S^1.

ii) Das Achsenkreuz $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x \cdot y = 0\} \subset \mathbb{R}^2$ ist keine topologische Mannigfaltigkeit.

4 Punkte

Aufgabe 3: Gegeben ein lokal kompakter Hausdorffraum X. Es läßt sich jede auf einer kompakten Teilmenge von X definierte stetige reellwertige Funktion stetig auf den ganzen Raum fortsetzen, und zwar sogar zu einer Funktion mit kompaktem Träger. **4 Punkte**

Aufgabe 4: Das Komplement einer abgeschlossenen diskreten Teilmenge in einer zusammenhängenden topologischen Mannigfaltigkeit der Dimension mindestens zwei ist zusammenhängend. **4 Punkte**