Übungen zur Vorlesung "Lineare Algebra II"
SS 2009 Blatt 10

Ausgabe: 02.07.09, **Abgabe:** 09.07.09

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/arithmetische-geometrie/lehre/ss09/la2.html

Alle Lösungen sind vollständig zu begründen.
Es werden nur *zwei* Aufgaben abgegeben und bewertet.

Aufgabe 10.1: Man zeige: Ein Element $(a,b) \in \mathbb{Z}^2$ läßt sich genau dann durch ein einziges Element zu einem Erzeugendensystem von $\mathbb{Z}^2$ ergänzen, wenn $a, b \in \mathbb{Z}$ teilerfremd sind, in Formeln $\langle a, b \rangle = \langle 1 \rangle$.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.2: Man berechne die Elementarteiler der Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)

Aufgabe 10.3: Sei A eine zyklische Gruppe der Ordnung $n \in \mathbb{N}$. So gibt es genau einen Ringhomomorphismus von $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ in den Endomorphismenring $\operatorname{End} A$ der abelschen Gruppe A, und dieser Ringhomomorphismus ist sogar ein Isomorphismus $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \xrightarrow{\sim} \operatorname{End} A$ und induziert einen Isomorphismus zwischen der Einheitengruppe $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$ und der Automorphismengruppe von A.

(6 Punkte)

Aufgabe 10.4: Man gebe jeweils ein Repräsentantensystem an für die Konjugationsklassen der Gruppe der Isometrien der affinen euklidischen Ebene $\mathbb{R}^2$ und der Untergruppe ihrer orientierungserhaltenden Isometrien.

(6 Punkte)