Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Dr. Nadja Hempel

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2020/2021

Logik für Studierende der Informatik

Blatt 0

Lesen Sie im Skript Appendix A sowie B und versuchen Sie sich an den folgenden Aufgaben. Dieses Blatt wird nicht benotet.

Aufgabe 1.

Zeige induktiv, dass die Menge $\{0, \ldots, n\}$ genau 2^{n+1} Teilmengen besitzt.

Aufgabe 2. Finde und beweise induktiv eine Formel für

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} \quad \text{für } n \neq 0.$$

Aufgabe 3.

Betrachte folgende Abbildung

$$\begin{aligned} f: \quad \mathbb{N} &\to \mathbb{N} \\ n &\mapsto \text{Die } (n+1)\text{-te Primzahl} \end{aligned}$$

Zeige induktiv, dass $f(n) \leq 2^{2^n}$.
Hinweis: Warum gibt es unendlich viele Primzahlen? Was ist $\sum_{k=0}^{n} 2^k$?

Aufgabe 4.

Zeige induktiv über den Aufbau, dass in jeder aussagenlogischen Formel genau so viele linke wie rechte Klammer vorkommen.

Aufgabe 5.

Auf der Kollektion aller Teilmengen der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ definiere folgende Relation:

$$X \sim Y \iff \text{die Menge } (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X) \text{ ist endlich.}$$

(a) Zeige, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist.

(b) Sind die Äquivalenzklassen der Mengen der geraden und der ungeraden Zahlen disjunkt?

(c) Beschreibe alle Teilmengen, welche in der Äquivalenzklasse der leeren Menge sind.