Logik für Studierende
der Informatik
Blatt 6
Abgabe: 23.12.2020, 14 Uhr
Begründe alle Antworten!

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.**

(a) Ist die Theorie abelscher Gruppen in der Gruppensprache $\mathcal{L} = \{0, +, -\}$ eine Henkintheorie?

(b) Sei nun T eine Henkintheorie in der Sprache $\mathcal{L}$ mit unendlichen Modellen. Kann die Sprache $\mathcal{L}$ endlich sein?

Sei nun $\mathcal{L}$ die Sprache, welche aus unendlich vielen verschiedenen Konstantenzeichen $\{c_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sowie einstelligen Relationszeichen $\{P_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ besteht. Betrachte die Klasse $\mathcal{K}$ der $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{A}$ derart, dass die Interpretation jedes Prädikats $P_n^{\mathcal{A}}$ eine unendliche Teilmenge ist, welche das Element $c_n^{\mathcal{A}}$ enthält. Des Weiteren sind $P_n^{\mathcal{A}}$ und $P_m^{\mathcal{A}}$ paarweise disjunkt, für $n \neq m$.

(c) Gib eine $\mathcal{L}$-Theorie T an, welche die Klasse $\mathcal{K}$ axiomatisiert. Ist T wiederspruchsfrei?

(d) Ist T eine Henkintheorie? (Vergleiche dies mit der Teilaufgabe (b)).

Aufgabe 2 (5 Punkte)**.**

In der Sprache $\mathcal{L}$ sei T eine Theorie sowie χ, θ_1 und θ_2 Aussagen derart, dass $(\theta_1 \to \theta_2)$ aus der Menge $\{\chi\}$ beweisbar ist.

(a) Zeige, dass $T \cup \{(\neg\theta_2 \wedge \chi)\} \models \neg\theta_1$.

(b) Zeige ohne den Vollständigkeitssatz zu benutzen, dass $T \cup \{(\neg\theta_2 \wedge \chi)\} \vdash \neg\theta_1$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)**.**

Zwei Theorien T_1 und T_2 in der Sprache $\mathcal{L}$ heißen *äquivalent*, falls sie dieselben $\mathcal{L}$-Aussagen beweisen.

Zeige, dass eine widerspruchsfreie Theorie T genau dann vollständig ist, wenn je zwei Vervollständigungen von T äquivalent sind.

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter erfolgt auf der Lernplattform ILIAS.