

Übungen zur Vorlesung
Differentialgleichungen für Mikrosystemtechniker
WS 2006/07
Blatt 1

Abgabe: Dienstag, 31.10.2006, vor der Vorlesung

Aufgabe 1.

Prüfen Sie nach, dass die angegebenen Funktionen Lösungen zu den jeweiligen Differentialgleichungen sind

$$(1) \quad y' = 2xy + 1, \quad y(x) = C e^{x^2} + e^{x^2} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (x \in (-\infty, \infty)).$$

Welchen Wert hat C unter der Anfangsbedingung $y(1) = 1$?

$$(2) \quad \begin{aligned} x^2 y'' - xy' + y &= 0, & y(1) &= 1, & y'(1) &= 0, \\ y(x) &= x - x \ln x & (x > 0) \end{aligned}$$

Aufgabe 2.

Das Anfangswertproblem habe die Gestalt

$$y' = \sqrt{y}, \quad y(0) = 0 \quad (x \geq 0).$$

Zeigen Sie, dass für jedes $a \geq 0$ die Funktion

$$y_a(x) \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ \frac{1}{4} (x - a)^2 & \text{für } a < x < \infty \end{cases}$$

eine stetig differenzierbare Lösung ist.