Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Mathematisches Institut
Abteilung für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Dipl.-Math. S. Feiler

I: Mo, 14-16 Uhr, SR 414	II: Di, 11-13 Uhr, SR 218
Nicolas Ketterer, Math. Inst.	Katja Reiser, Math. Inst.
III: Di, 16-18 Uhr, SR 01-009/13	IV: Di, 16-18 Uhr, SR 00-014
Julia Riegger, Gebäude 101	Jonas Unger, Gebäude 078
V: Mi, 14-16 Uhr, SR 00-010/14	Fragestunde: Do, 16-18 Uhr
Elisabeth Wursthorn, Geb. 101	Simon Feiler, SR 00-014 (078)

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Studierende des Ingenieurwesens II

Sommersemester 2008

Übungsblatt Nummer 17

20. Mai 2008

Abgabe am Dienstag, den 27.05.2008 vor der Vorlesung
Bitte die Lösungen mit Name, Matrikelnummer, Übungsnummer und Name des Tutors versehen.

Aufgabe 49

Bemerkung: Parallelen zu Aufgabe 51 sind beabsichtigt und dürfen verwendet werden.

Sei $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) & \to & \mathbb{R} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \mapsto & f(x,y) := e^2 \cdot \left(x^2 \cdot y + x\right) \cdot e^{-\frac{x^2}{y}} + y^2 \cdot e^{\frac{x}{y}+2} \end{array} \right\}$.

a) Berechnen Sie für alle $x, y \in \mathbb{R}$ mit $y \neq 0$ die sogenannte HESSE-matrix von f an der Stelle $(x,y)^T$, ohne den Satz von SCHWARZ zu Hilfe zu nehmen

$$\mathcal{H}_f(x,y) := \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) \end{pmatrix}!$$

Bemerkung: Klammern Sie stets die Exponentialterme aus!

b) Geben Sie $\mathcal{H}_f\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ an!

Aufgabe 50

Sei $\mathcal{A} := \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -4 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Geben Sie eine Orthogonalbasis des $\mathbb{R}^3$ an, die aus Eigenvektoren von $\mathcal{A}$ besteht!

bitte wenden

Aufgabe 51
Bemerkung: Parallelen zu Aufgabe 49 sind beabsichtigt und dürfen verwendet werden.
Sei $\mathbb{R}^+ := \{t \in \mathbb{R} | \, t > 0\}$. Sei $D := \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times \mathbb{R}^+$.

$$\text{Sei } g : \left\{ \begin{array}{ccc} D & \to & \mathbb{R} \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} & \mapsto & g\left(x_1, x_2, x_3\right) := e^2 \cdot \left(x_1^2 \cdot x_2 + x_1\right) \cdot e^{-\frac{x_1^2}{x_2}} + x_2^2 \cdot e^{\frac{x_1}{x_2}+2} - \ln\left(x_3\right) \end{array} \right\}.$$

Für alle $\left(x_1, x_2, x_3\right)^T \in D$ sei $\mathcal{H}_g\left(x_1, x_2, x_3\right) := \left(\dfrac{\partial^2 g}{\partial x_k \partial x_j}\left(x_1, x_2, x_3\right)\right)_{\substack{j=1,2,3 \\ k=1,2,3}}$ die Hesse-matrix von g an der Stelle $\left(x_1, x_2, x_3\right)^T$.
Bestimmen Sie die Eigenwerte von $\mathcal{H}_g\left(-1, \frac{1}{2}, 1\right)$ und die Eigenvektoren von $\mathcal{H}_g\left(-1, \frac{1}{2}, 1\right)$!