Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Yvonne Buttkewitz

12.01.2006

Übungen zur Vorlesung

Zahlentheorie II – WS 2005/2006
Blatt 10

Abgabe: Donnerstag, den 19.01.2006, vor der Vorlesung

Aufgabe 26.
Formulieren Sie das „Drillingsproblem"

$$\pi_3(x) = \#\{p \leq x,\ p+2 \text{ prim},\ p+6 \text{ prim}\}$$

als Sieb im Sinn der beiden zu Beginn des Kapitels beschriebenen Konzepte.

Aufgabe 27.
Es werde folgende „fast–alle"–Aussage zum binären Goldbach–Problem vorausgesetzt:

$$\#\{n \leq x,\ n \text{ gerade},\ n \neq p_1 + p_2\} = \mathrm{O}\left(\frac{x}{\ln^2 x}\right).$$

Zeigen Sie, dass dann für alle hinreichend großen ungeraden n die Gleichung $n = p_1 + p_2 + p_3$ (ternäres Goldbach–Problem) lösbar ist.

Aufgabe 28*.
Zeigen Sie mit Hilfe des Primzahlsatzes: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existieren unendlich viele n, so dass

$$d(n) > \exp\left(\ln 2 \cdot (1-\varepsilon)\frac{\ln n}{\ln\ln n}\right) \text{ gilt.}$$

Hinweis: Betrachten Sie die Zahlen $n = p_1 \cdot \ldots \cdot p_k$, wobei p_k die k–te Primzahl ist.