**Mathematisches Institut**
**Abt. für Reine Mathematik**
Prof. Dr. D. Wolke
Yvonne Buttkewitz

02.02.2006

Übungen zur Vorlesung

# Zahlentheorie II – WS 2005/2006
# Blatt 13

Abgabe: Donnerstag, den 09.02.2006, vor der Vorlesung

**Aufgabe 35.**

Seien $p_1, \ldots, p_k$ verschiedene ungerade Primzahlen und $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_k \in \{-1, 1\}$. Zeigen Sie mit Hilfe des Dirichletschen Primzahlsatzes, daß die Primzahlmengen

a) $M_1 = \left\{p, \left(\frac{p}{p_1}\right) = \varepsilon_1, \ldots, \left(\frac{p}{p_k}\right) = \varepsilon_k\right\}$ und

b) $M_2 = \left\{p, \left(\frac{p_1}{p}\right) = \varepsilon_1, \ldots, \left(\frac{p_k}{p}\right) = \varepsilon_k\right\}$ unendlich sind.

**Aufgabe 36.**

Für $k \in \mathbb{N}$ seien $1 = a_1 < \cdots < a_{\varphi(k)} \leq k$ die $\varphi(k)$ reduzierten Reste modulo $k$. $\chi_1$ (= Hauptcharakter mod $k$), $\chi_2, \ldots, \chi_{\varphi(k)}$ seien die Charaktere mod $k$. Die „Charakter–Matrix“ $A = (\alpha_{j\ell})$ ist definiert durch

$$\alpha_{j\ell} = \chi_\ell(a_j).$$

Berechnen Sie $A \cdot \overline{A}^T$.

**Aufgabe 37.**

Falls zu jedem $m > 1$ eine Primzahl $p \equiv 1 \bmod m$ existiert, dann gibt es zu jedem $m$ unendlich viele solcher Primzahlen.