Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik 17.11.2005
Prof. Dr. D. Wolke
Yvonne Buttkewitz

Übungen zur Vorlesung

Zahlentheorie II – WS 2005/2006
Blatt 4

Abgabe: Donnerstag, den 24.11.2005, vor der Vorlesung

Aufgabe 10.

a) Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ konvergiert für kein $s = 1 + it,\ t \in \mathbb{R}$.

b) Es werde $\sum_{n \le x} \mu(n) = \mathrm{O}\Big(\frac{x}{(\ln x)^2}\Big)$ vorausgesetzt. Dann konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^s}$ für alle $s = 1 + it,\ t \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 11.

Geben Sie ein Beispiel einer Funktion an, die in der rechten Halbebene holomorph ist, dort aber nicht als Dirichletreihe geschrieben werden kann.

Aufgabe 12.

Beweisen Sie die Formeln

a) $$\frac{\zeta^2(s)}{\zeta(2s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\omega(n)}}{n^s} \quad \big(\mathrm{Re}\, s = \sigma > 1,\ \omega(n) = \#\{p|n\}\big),$$

b) $$\frac{\zeta^3(s)}{\zeta(2s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d(n^2)}{n^s} \quad (\sigma > 1).$$