Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Y. Buttkewitz

14.11.2006

Übungen zur Vorlesung

Analytische Zahlentheorie

WS 2006/07

Blatt 4

Abgabe: Dienstag, 21.11.2006 vor der Vorlesung

Aufgabe 10.

Beweisen Sie die Formeln

(a) $$\frac{\zeta^2(s)}{\zeta(2s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{\omega(n)}}{n^s} \quad \big(\operatorname{Re} s = \sigma > 1,\ \omega(n) = \#\{p|n\}\big)$$

(b) $$\frac{\zeta^3(s)}{\zeta(2s)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d(n^2)}{n^s} \quad (\sigma > 1).$$

Aufgabe 11.

Bezeichne d die Teilerfunktion. Zeigen Sie für $x \geq 1$

$$\sum_{n \leq x} d^2(n) = \mathrm{O}\big(x \ln^3(2x)\big).$$

Hinweis: Verwenden Sie $g := d^2 * \mu$.

Aufgabe 12.

Geben Sie ein Beispiel einer Funktion an, die in der rechten Halbebene holomorph ist, dort aber nicht als Dirichlet–Reihe geschrieben werden kann.