Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Y. Buttkewitz

28.11.2006

Übungen zur Vorlesung

Analytische Zahlentheorie

WS 2006/07

Blatt 6

Abgabe: Dienstag, 05.12.2006 vor der Vorlesung

Aufgabe 16.

Geben Sie alle Charaktere mod 12 an.

Aufgabe 17*.

Zeigen Sie mit Hilfe des Primzahlsatzes: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existieren unendlich viele n, so dass

$$d(n) > \exp\left(\ln 2 \cdot (1-\varepsilon)\frac{\ln n}{\ln\ln n}\right) \quad \text{gilt.}$$

Hinweis: Betrachten Sie die Zahlen $n = p_1 \dots p_k$, wobei p_k die k–te Primzahl ist.

Aufgabe 18.

Nach dem Satz von Euler ist die Funktion

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls} \quad \exists\, a, b \in \mathbb{N}_0 : n = a^2 + b^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

multiplikativ. Sei für $\sigma = \text{Re } s > 1$

$$Q(s) = \sum_{n=1}^{\infty} f(n)\, n^{-s}.$$

$L(s)$ bezeichne die L–Reihe zum Nicht–Hauptcharakter mod 4,
$G(s) = \prod\limits_{p \equiv 3(4)} (1 - p^{-2s})^{-1}$. Dann gilt für $\sigma > 1$

$$Q^2(s) = (1 - 2^{-s})^{-1}\, \zeta(s)\, L(s)\, G(s).$$