Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Y. Buttkewitz

12.12.2006

Übungen zur Vorlesung

Analytische Zahlentheorie

WS 2006/07

Blatt 8

Abgabe: Dienstag, 19.12.2006 vor der Vorlesung

Aufgabe 22.

1) Bestimmen Sie alle Homomorphismen $\xi : (\mathbb{Z}_k, +) \to (\mathbb{C}^*, \cdot)$
(Es sind genau k Stück)
2) Zeigen Sie, dass wie bei den Dirichlet–Charakteren Orthogonalitiätsrelationen gelten.

Aufgabe 23.

Die Partitionsfunktion $p(n)$ zählt, auf wieviele Arten n als Summe natürlicher Zahlen geschrieben werden kann.

$$p(n) = \sum_{1\le k\le n} \#\big\{(a_1, \ldots, a_k) \in \mathbb{N}^k,\ a_1 \le a_2 \le \cdots \le a_k,\ a_1 + \cdots + a_k = n\big\}.$$

Beh.

1) $p(n) = \#\big\{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{N}_0^n,\ x_1 + 2x_2 + \cdots + nx_n = n\big\}$.

2) Für $|z| < 1$ gilt

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} p(n)\, z^n = \prod_{k=1}^{\infty} (1 - z^k)^{-1}.$$

Zeigen Sie die Identität zumindest formal, d.h. ohne Konvergenz–Überlegungen.

Aufgabe 24.

Folgern Sie aus dem Primzahlsatz in Progressionen, dass unendlich viele Primzahlen existieren, deren Dezimaldarstellung mit 11 beginnt und 777 endet.